INSIEMI NUMERICI

$\mathbb{C}$

- È un campo generato da i
- $i^2=-1$
- Gli elementi di $\mathbb{C}$ sono del tipo $a+ib$ con $a,b\in\mathbb{R}$
- Vedi approfondimenti

Devo trovare una soluzione a $x^2+1=0$

$\mathbb{R}$

- I numeri reali esistono e sono unici a meno di isomorfismo
- È un campo ORDINATO, COMPLETO e ARCHIMEDEO
- $|\mathbb{R}|=|\mathscr{P}(\mathbb{N})|=2^{\mathbb{N}}$
- Vedi approfondimenti

È un pasaggio meno ovvio

$\mathbb{Q}$

- Numeri razionali: $\mathbb{Z}x\mathbb{N}=\{p/q \mid p\in\mathbb{Z} \text{ e } q\in\mathbb{N}\setminus\{0\}\}=$
- È un campo ordinato con < relazione d'ordine totale
- È numerabile
  - Basta far vedere che $\mathbb{Z}x\mathbb{N}$ è numerabile ma poiché $\mathbb{Z}$ è numerabile si ha $|\mathbb{Z}x\mathbb{N}|=|\mathbb{N}x\mathbb{N}|=|\mathbb{N}|$

Lo ampliamo in questo modo

$\mathbb{N}$

- Numeri naturali: $\{0,1,2,\ldots\}$
- Diciamo che ha cardinalità numerabile
- $|\mathbb{N}x\mathbb{N}|=|\mathbb{N}|$
  - Si dimostra con il procedimento diagonale: $(x,y)\mapsto[(x+y)\cdot(x+y+y)]/2+x$ mette in bigezione $\mathbb{N}x\mathbb{N}$ e $\mathbb{N}$

Lo ampliamo in questo modo

$\mathbb{Z}$

- Numeri interi: $\mathbb{N}\cup-\mathbb{N}=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$
- È un gruppo commutativo con il +
- È numerabile
  - Si dimostra creando la bigezione $f:\mathbb{N}\to\mathbb{Z}$ tale che $f(n)=$
    - $n/2$ se n è pari
    - $-(n+1)/2$ se n è dispari

Presented with xmind